INSPECTORATUL ŞCOLAR   JUDEŢEAN DÂMBOVIŢA

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ   12.02.2011

CLASA   a V-a

1. **Fie numerele: $m = 31 + 34 + 37 + 40 + \ldots + 97 + 100$ şi $n = 38 + 41 + 44 + 47 + \ldots + 95 + 98$.**

- **a) Calculaţi $2\cdot m - 2\cdot n + 20$.**
- **b) Aflaţi restul împărţirii numărului $p = 30\cdot m - 2\cdot n + 21$ la 7.**

2. **Se consideră numărul: $a = 2^{6n+2} + 4^{3n+2} + 8^{2n+1}$, $n\in\mathbb{N}$.**

- **a) Aflaţi cea mai mică valoare a lui $p\in\mathbb{N}^*$, astfel încât $p\cdot a$ este pătrat perfect, pentru orice $n\in\mathbb{N}$.**
- **b) Aflaţi cea mai mică valoare a lui $p\in\mathbb{N}^*$, astfel încât $p\cdot a$ este cub perfect, pentru orice $n\in\mathbb{N}$.**

3. **Se dă produsul: $P = 1\cdot 2\cdot 3\cdot \quad \cdot 2010\cdot 2011$.**

- **a) Determinaţi în câte cifre de 0 se termină produsul P.**
- **b) Eliminând din produs toţi multiplii de 2 şi de 5, aflaţi ultima cifră a numărului rămas.**

4. **Suma a patru numere este 999. O treime din al treilea este egală cu o pătrime din al patrulea. Primul număr împărţit la al treilea dă câtul şi restul 3, iar al doilea împărţit la al patrulea dă câtul şi restul 4. Aflaţi cele patru numere.**

Subiecte propuse de prof. Damian Marinescu și Sorin Ion

INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN DÂMBOVIŢA

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ 12.02.2011

CLASA a VI-a

1. **Determinaţi tripletele de numere prime (x, y, z) pentru care $x^2y = 216 - xz$.**

2. **Dacă $\overline{abc}$ este divizibil cu 37, atunci fracţia $\dfrac{\overline{bca}+\overline{cab}}{2\cdot\overline{bca}+3\cdot\overline{cab}}$ este reductibilă.**

3. **Se consideră unghiurile drepte AOB şi COD, astfel încât $C\in Int\left(\widehat{AOB}\right)$, $B\in Int\left(\widehat{COD}\right)$ şi unghiul AOE alungit.**
   a) **Demonstraţi că unghiul format de bisectoarele unghiurilor AOC şi BOD este unghi drept.**
   b) **Dacă $3\cdot m\left(\widehat{AOC}\right)=5\cdot m\left(\widehat{DOE}\right)$, aflaţi măsurile unghiurilor COB şi BOD.**

4. **Se dă triunghiul isoscel ABC, AB=AC. M şi N sunt mijloacele laturilor AB, respectiv AC. Pe prelungirea lui BN se ia punctul Q, astfel încât NQ=2· BN, $N\in(BQ)$, iar pe prelungirea lui CM se ia punctul P, astfel încât MP=2· CM, $M\in(CP)$. Dacă $\{D\}=PB\cap QC$, demonstraţi că [AD este bisectoarea unghiului BAC.**

Subiecte propuse de prof. Damian Marinescu și Sorin Ion

INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN DÂMBOVIŢA

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ 12.02.2011

CLASA a VII-a

1. **a) Daţi două exemple de numere naturale pătrate perfecte care se termină cu 2025.**
   b) Demonstraţi că există o infinitate de numere naturale pătrate perfecte care se termină cu 2025.

2. **a) Daţi o soluţie a ecuaţiei $x^2 + y^2 = 1010$ în mulţimea numerelor întregi.**
   b) Arătaţi că ecuaţia $x^2 + y^2 = 1000 + 10z^2$ are o infinitate de soluţii în mulţimea numerelor întregi.

3. **În rombul ABCD, $m(\hat{A})=60^0$. Dacă M este mijlocul laturii AB, $CM \cap BD = \{N\}$, iar ND = 3 cm, aflaţi:**
   a) Perimetrul rombului.
   b) Raportul dintre aria triunghiului BMN şi aria rombului.

4. **a) Demonstraţi că punctele de intersecţie ale bisectoarelor unghiurilor unui dreptunghi sunt vârfurile unui pătrat.**
   b) Prin vârful C al pătratului ABCD se construieşte o dreaptă care intersectează semidreptele (AB şi (AD în M, respectiv N. Demonstraţi că $\frac{1}{AM} + \frac{1}{AN} = \text{constant}$.

Subiecte propuse de prof. Damian Marinescu și Sorin Ion

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ 12.02.2011

CLASA a VIII-a

1. **Dacă a şi b sunt numere reale, astfel încât $a+b=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=4$, aflaţi valoarea sumelor: $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}+6$ şi $\frac{a^2}{b^2}+\frac{b^2}{a^2}+6$.**

2. **a) Determinaţi elementele mulţimii $A=\{x\in\mathbb{Z} \mid x^2-11x$ este număr natural pătrat perfect $\}$.**
b) Arătaţi că pentru orice $n\in\mathbb{Z}\setminus\{-1, 0\}$, există $x\in\mathbb{Z}$, astfel încât numărul $x^2-(2n+1)x$ este pătrat perfect nenul.

3. **În cubul ABCDA'B'C'D', O este centrul feţei CDD'C' şi M este mijlocul muchiei B'C'. Aflaţi:**
   a) **Măsura unghiului dintre BO şi AD'.**
   b) **Măsura unghiului AOM.**

4. **Fie prisma patrulateră regulată ABCDA'B'C'D' cu latura bazei AB=6 cm şi înălţimea AA'=12 cm. Dacă $M\in(AA')$, AM=2 cm, $N\in(BB')$, BN=4 cm şi $P\in(CC')$, CP=6 cm, determinaţi:**
   a) **Distanţa de la punctul A' la dreapta de intersecţie a planelor (MNP) şi (ABCD).**
   b) **Distanţa de la punctul C' la planul (MNP).**

Subiecte propuse de prof. Damian Marinescu și Sorin Ion